

2. cvičení z PST

Matěj Novotný

22.2.2021

G1 Kolmogorův model pravděpodobnosti. Ukažte, jestli $P : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ definuje pravděpodobnost na Ω , je-li dáno:

a) $\Omega = \{1, 2, 3\}$,

$$\mathcal{A} = 2^\Omega,$$

$$P(A) = \frac{1}{3}|A|, A \in \mathcal{A}.$$

b) $\Omega = \{1, 2, 3\}$,

$$\mathcal{A} = 2^\Omega,$$

$$P(A) = \begin{cases} 0 & 1 \in A, \\ 1 & 1 \notin A, \end{cases} A \in \mathcal{A}.$$

c) $\Omega = \mathbb{N}$,

$$\mathcal{A} = 2^\Omega,$$

$$P(A) = \sum_{i \in A} 2^{-i}, A \in \mathcal{A}.$$

d) $\Omega = \mathbb{R}$,

$$\mathcal{A} = 2^\Omega,$$

$$P(A) = \begin{cases} 0 & 0 \notin A, \\ 1 & 0 \in A, \end{cases} A \in \mathcal{A}.$$

G2 Hodíme dvěma kostkami.

a) Jaká je pravděpodobnost, že bude součin hodů liché číslo?

b) Jaká je pravděpodobnost, že součet bude roven sedmi?

c) Pro tuto úlohu napište, co je pravděpodobnostní prostor, co jsou elementární jevy a jak vypadají jevy označující případy a) a b).

G3 Z intervalu $[0, 1]$ vybereme náhodně, na sobě nezávisle dvě čísla x, y .

a) Jaká je pravděpodobnost, že x bude alespoň dvakrát větší než y ?

b) Jaká je pravděpodobnost, že jejich součet bude menší než 1?

c) Jaká je pravděpodobnost, že jejich součin bude menší než 1, menší než $\frac{1}{2}$?

d) Popište pravděpodobnostní prostor.

G4 Geometrické rozdělení. Alice a Bob házejí míčem na koš. Kdykoli střílí Alice, má pravděpodobnost a , že zasáhne, obdobně Bob b . Střídají se, Alice začíná. Kdo koš trefí jako první, vyhrává.

a) Jakou má kdo pravděpodobnost výhry? Jaká je pravděpodobnost, že hra nikdy neskončí?

b) Nalezněte pravděpodobnosti a a b tak, aby oba měli stejnou šanci na výhru.