

6. cvičení z PST

Matěj Novotný

22.3.2021

G1 Náhodná veličina X má distribuční funkci

$$F_X(u) = \begin{cases} \frac{e^{cu}}{2} & u < 0, \\ 1 - \frac{e^{-cu}}{2} & u \geq 0. \end{cases}$$

Co musí splňovat konstanta c ? Nalezněte $\mathbb{E}X$, $D X$. Určete pravděpodobnosti $P(X \leq 0)$, $P(X^2 < 1)$, $P(X = 3)$, $P(X \in [0, \log 3))$.

G2 Směs spojité a diskrétní veličiny. Náhodná veličina X má rozdělení dané distribuční funkcí

$$F_X(u) = \begin{cases} 0 & u < -1, \\ \frac{3}{4} - \frac{u^2}{2} & u \in [-1, 0), \\ \frac{5+u}{6} & u \in [0, 1), \\ 1 & u \geq 1. \end{cases}$$

Nakreslete graf F_X a určete pravděpodobnosti $P(X \leq 0)$, $P(X > \frac{1}{2})$, $P(X \in (-1, 1))$, $P(-1 \leq X \leq -\frac{1}{2})$. Určete také $\mathbb{E}X$.

G3 Nekonečná střední hodnota. Nechť X je náhodná veličina s hustotou

$$f_X(u) = \begin{cases} \frac{1}{u^2} & u > 1, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete její distribuční funkci, střední hodnotu a rozptyl. Dále určete $P(X > 2)$, $P(X > 1000)$ a také $P(X > 1000 | X > 100)$. Hodnoty porovnejte s hodnotami pro veličinu Y s exponenciálním rozdělením (o parametru 1), tj. s hustotou $f_Y(u) = e^{-u} I_{[0, \infty)}(u)$, kde I_A je indikátor (charakteristická funkce) množiny A .

G4 Nekonečný rozptyl. Nechť X je náhodná veličina s hustotou

$$f_X(u) = \begin{cases} \frac{c}{u^3} & u > 1, \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete konstantu c , střední hodnotu a rozptyl veličiny X . Určete $P(X > \mathbb{E}X)$, $P(X > 1000)$ a též $P(X > 1000 | X > 100)$.

G5 Transformace náhodné veličiny. Nechť X má rozdělení dané hustotou

$$f_X(u) = \begin{cases} \frac{3}{8}u^2 & u \in [0, 2], \\ 0 & \text{jinak.} \end{cases}$$

Uvažme funkce $g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s předpisy

$$g(x) = \begin{cases} 0 & x < 1, \\ 1 & x \geq 1. \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 1, \\ 2 & x > 1. \end{cases}$$

Nalezněte rozdělení a střední hodnoty veličin $Y = g(X) = g \circ X$ a $Z = h(X)$.