# 7. cvičení z PST

Matěj Novotný

29.3.2021

**G1** Nechť $\alpha > 0$ je reálný parametr. Ukažte, jaké rozdělení má veličina $Y = e^X$, pokud $X \sim \mathrm{Exp}(\alpha)$. Porovnejte distribuční funkce $F_X$ a $F_Y$.

**G2** Dokažte, že pokud $X \sim \mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$, potom $-X \sim \mathrm{N}(-\mu, \sigma^2)$.

**G3** Ukažte, že lineární transformace $T$ veličiny s rovnoměrným rozdělením na intervalu $I$ má opět rovnoměrné rozdělení (na intervalu $T(I)$).

**G4** Generování hodnot libovolného rozdělení. Mějme distribuční funkci $F$. Ukažte, jak generovat hodnoty veličiny, která má distribuční funkci $F$, máte-li k dispozici vygenerované hodnoty rovnoměrného rozdělení na $[0, 1]$. Hint: zobrazte tyto hodnoty kvantilovou funkcí $Q(p) = \inf\{x \in \mathbb{R} |\ p \leq F(x)\}$.

**G5** Odvoďte, pro jakou hodnotu $\alpha$ Paretova rozdělení platí pravidlo 80 : 20.

**G6** Než si přesnou definici nezávislosti veličin uvedeme na přednášce, chápejme ji jako "hodnoty, kterých dané veličiny nabývají, na sobě nezávisí". Mějme nezávislé veličiny $X_1, ..., X_n$, $n \in \mathbb{N}$, každá z nichž má rovnoměrné rozdělení na intervalu $[0, 1]$ (=např. z $[0, 1]$ náhodně, nezávisle na sobě zvolíme $n$ bodů).

a) Nalezněte rozdělení veličin $Y_n = \max\{X_1, ..., X_n\}$ a $Z_n = \min\{X_1, ..., X_n\}$ včetně jejich středních hodnot.

b) Označme $W_n = nZ_n$. Dokažte, že $W_n \to \mathrm{Exp}(1)$ v distribuci (tj. že distribuční funkce veličiny $W_n$ konverguje bodově k distribuční funkci exponenciálního rozdělení s parametrem 1). Neboli, že pro $n \to \infty$ se rozdělení veličiny $W_n$ blíží k exponenciálnímu s parametrem 1.

**G7** Ukažte, že jsou-li $X \sim \mathrm{Pa}(\alpha_1)$ a $Y \sim \mathrm{Pa}(\alpha_2)$ nezávislé veličiny, potom má veličina $\min\{X, Y\}$ rozdělení $\mathrm{Pa}(\alpha_1 + \alpha_2)$.