

Zkouškový test PST, 17.5.2021

T1 Chyba teploměru (v °C) má normální rozdělení s nulovou střední hodnotou a rozptylem $\sigma^2 = 0.16$. V jednom místě jsme pěti nezávislými teploměry naměřili hodnoty (v °C): 15.1, 15.5, 14.8, 15.7, 13.9. Stanovte 95%-ní interval spolehlivosti pro skutečnou teplotu.

T2 Náhodný vektor (X, Y) má rozdělení dané tabulkou:

	Y	-1	0	1
X				
0		0.1	0.5	0.1
1		0.1	0.1	0.1

- Určete rozdělení veličin X a Y a korelační matici vektoru (X, Y) .
- Jsou veličiny X, Y nezávislé? Dokažte.
- Určete pravděpodobnosti: $P(X \leq Y)$, $P(X + Y < 1)$, $P(X \neq 0 | Y \neq 0)$.

T3 Náhodná veličina X má rozdělení dané hustotou $f(x) = \frac{\alpha}{2} e^{-\alpha|x|}$, $x \in \mathbb{R}$, kde $\alpha > 0$ je parametr. Pozorovali jsme těchto 9 hodnot:

0.213, -2.932, 6.664, 0.182, -2.426, -0.195, -2.301, 0.334, 4.371.

Metodou maximální věrohodnosti odhadněte hodnotu parametru α .

T4 Z informačního zdroje přichází nezávisle znaky. Znak A má 3x větší pravděpodobnost výskytu než znak M. Na zdroj jsou paralelně zapojena dvě rozpoznávací zařízení. Obě jsou stejná a pracují nezávisle. Pravděpodobnost, že (kterékoliv jedno) zařízení přečte znak A jako M je 0.1 a pravděpodobnost, že přečte znak M jako A je 0.15. V ostatních případech písmena rozpoznají správně.

- Na vstupu byl jeden ze znaků A, M. Jaká je pravděpodobnost, že obě zařízení zapíše na výstup písmeno A?
- Na výstupu zapsala obě zařízení písmeno A. Jaká je pravděpodobnost, že bylo písmeno A na vstupu? Výstupu A lze dosáhnout pouze písmenem A nebo M na vstupu.
- Jsou jevy „první zařízení zapíše A“ a „druhé zařízení zapíše A“ nezávislé? Zdůvodněte.

T5 Střelím do terče. Veličina Y označuje vzdálenost střely od středu terče v decimetrech a je daná jako $Y = |X|$, kde $X \sim N(0, 1)$. Za trefu do 10cm od středu dostávám 5 bodů, do 20cm dostávám 3 body a do 30cm jeden bod. Jaká je pravděpodobnost, že budu mít po 50 výstřelech více než 200 bodů? Uveďte předpoklady.