Lineární algebra, sedmé cvičení

Karel Pospíšil

1 Matice transformace souřanic

1.1 V $\mathbb{R}^2$ spočtěte následující úlohy.

Je dána báze $B = (\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix})$.

Bez využití matice transformace souřadnic najděte $coord_{K_2}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$, $coord_B\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$.

[$coord_{K_2}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$, $coord_B\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$.]
Nakreslete obrázky.
Najděte $T_{B\to K_2}$.
[Jedná se vlastně o matici identického zobrazení vzhledem k bázím B a K_2. Její sloupce jsou souřadnice obrazů prvků B vzhledem ke K_2, tedy přímo prvky B. Tedy matice je $\begin{pmatrix}1 & 1\\2 & 0\end{pmatrix}$.]

Nakreslete vektor $\vec{u}$ pro který platí $coord_B(\vec{u}) = \begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$.
Jakou rovnost musí splňovat matice $T_{K_2\to B}$? Spočtěte ji a rovnost ověřte.
[$T_{B\to K_2}\cdot T_{K_2\to B}\cdot = T_{K_2\to B}\cdot T_{B\to K_2} = E_2$. Jedná se vlastně o matici identického zobrazení vzhledem k bázím K_2 a B. Její sloupce jsou souřadnice obrazů prvků K_2 vzhledem k B, tedy přímo souřadnice prvků K_2 vzhledem k B. $Coord_B(\vec{e}_1) = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$, $coord_B(\vec{e}_2) = \begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$. Tedy matice je $\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{2}\\1 & -\frac{1}{2}\end{pmatrix}$. Rovnost platí.]
Je dána matice $\begin{pmatrix}3 & 0\\0 & 2\end{pmatrix}$ (změna měřítka vzhledem k bázím K_2, K_2).
Spočtěte součin $T_{K_2\to B}\cdot M_{3,2}\cdot T_{B\to K_2}$
Promyslete význam součinu $T_{K_2\to B}\cdot M_{3,2}\cdot T_{B\to K_2}\cdot coord_B(\vec{u})$
Nakreslete obrázek.

1.2 V $\mathbb{R}^{\leq 2}$ spočtěte následující úlohy.

Jsou dány báze (ověřte) $B = (x^2, x, 1)$, $C = ((x-2)^2, x-2, 1)$.
Bez využití matice transformace souřadnic najděte $coord_C(3x^2 - x + 2)$, $coord_B(3x^2 - x + 2)$.

Najděte matici $T_{C \to B}$.
Jakou rovnost musí splňovat matice $T_{B \to C}$? Spočtěte ji a rovnost ověřte.
Spočtěte součin $T_{B \to C} \cdot coord_B(ax^2 + bx + c)$
Co tento výpočet říká o rozvoji polynomu maximálně druhého stupně se středem v bodě 2?