Lineární algebra, deváté cvičení

Karel Pospíšil

1 Determinanty

1.1 Spočtěte daná složení daných permutací. Určete znaménka. Použijte různé typy zápisu.

$\sigma \cdot \omega$, $\omega \cdot \omega^{-1}$, $\omega \cdot \sigma \cdot \omega$
$\sigma : 1 \mapsto 4, 2 \mapsto 1, 3 \mapsto 2, 4 \mapsto 3$
$\omega : 1 \mapsto 2, 2 \mapsto 1, 3 \mapsto 3, 4 \mapsto 4$

1.2 Spočtěte podle definice i dalšími metodami determinant matice.

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $[1 \cdot 4 - 3 \cdot 2 = -2]$,
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $[1 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 3 + (-1) \cdot 4 \cdot 3 - (3 \cdot 2 \cdot 3 + 4 \cdot 3 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 \cdot 2) = -16]$,
$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$,
[Rozvoj dle prvního řádku:$-2\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} + 3\begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} = -2(-6-6-9+4)+$
$3(-6-4-4+4) = 34 - 30 = 4$.
GEM:$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -2 \\ 0 & 10 & 6 & 5 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 11 & -5 \end{vmatrix} = -\frac{1}{4}\begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} =$
4.]

Ještě něco na determinanty zde

1.3 S využitím determinantů spočtěte rovnici přímky v $\mathbb{R}^2$ procházející body A, B.

$A = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

[Vektory $\overrightarrow{AB}$ a $\overrightarrow{AX}$ musí být lineárně závislé, tj. rovnice se dá napsat ve tvaru $|\overrightarrow{AB}\ \overrightarrow{AX}| = 0$, po úpravě $\begin{vmatrix} -1 & x+1 \\ 2 & y-1 \end{vmatrix} = 0$, $-2x - y - 1 = 0$]

1.4 S využitím determinantů spočtěte rovnici roviny v $\mathbb{R}^3$ procházející body A, B, C.

$A = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

[$y - 2z - 1 = 0$]