

1. SOUSTAVA

$$\begin{aligned}3x + 2y - z &= 7 \\ x + y + 2z &= 5 \\ 2x + 4y + z &= 9\end{aligned}$$

a) \bar{A} , GEM, ZPĚTNÁ SUBSTITUCE

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 7 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 9 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & -1 & 7 \\ 2 & 4 & 1 & 9 \end{array}\right) \begin{array}{l} R_2 \\ R_1 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & -7 & -8 \\ 0 & 2 & -3 & -1 \end{array}\right) \begin{array}{l} R_1 \\ R_2 - 3R_1 \\ R_3 - 2R_1 \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 7 & 8 \\ 0 & 0 & -17 & -17 \end{array}\right) \begin{array}{l} R_1 \\ -R_2 \\ R_3 + 2R_2 \end{array} \quad \underline{\underline{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}}$$

b) DETERMINANT

SOUČIN PRVKŮ NA DIAGONÁLE JE -17 ,
BYLA TAM JEDNA UYMĚNA ŘÁDKŮ A JEDNO
NA SORBĚ NĚ ŘÁDKU (-1) , DVA KRÁT \ominus JE \oplus .

$$\underline{\underline{\text{DET } A = -17}}$$

c) PIVOTOVÁNÍ - PIVOT JSME CHTĚLI 1,
PROVEDLI JSME UYMĚNU ŘÁDKŮ

ČÁSTEČNĚ PIVOTOVÁNÍ CHCE PIVOT CO NEJVĚTŠÍ

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 7 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 1 & 9 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 7 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{7}{3} & \frac{8}{3} \\ 0 & \frac{8}{3} & \frac{5}{3} & \frac{13}{3} \end{array}\right) \begin{array}{l} R_1 \\ R_2 - \frac{1}{3}R_1 \\ R_3 - \frac{2}{3}R_1 \end{array} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 7 \\ 0 & \frac{8}{3} & \frac{5}{3} & \frac{13}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{7}{3} & \frac{8}{3} \end{array}\right) \begin{array}{l} R_3 \sim \\ R_2 \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 7 \\ 0 & 0 & \frac{5}{8} & \frac{12}{8} \\ 0 & 0 & \frac{17}{8} & \frac{17}{8} \end{array} \right) R_3 - \frac{1}{8} R_2 \quad \underline{\underline{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}}}$$

d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$ – NOVÁ PRAVÁ STRANA, A STEJNÁ,
 ÚPRAVY STEJNĚ JAKO U a)

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix} \begin{matrix} R_2 \\ R_1 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 8 \\ -22 \\ -7 \end{pmatrix} \begin{matrix} R_1 \\ R_2 - 3R_1 \\ R_3 - 2R_1 \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 8 \\ 22 \\ -51 \end{pmatrix} \begin{matrix} R_1 \\ -R_2 \\ R_3 + 2R_2 \end{matrix}$$

ČILI ZPĚTNÁ SUBSTITUCE PRO NOVOU \bar{A}

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 8 \\ 0 & 1 & 7 & 22 \\ 0 & 0 & -17 & -51 \end{array} \right) \quad \underline{\underline{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}}}$$

2. SOUSTAVA JAKO V 1. ŘEŠENÍ VIZ 1.a)

a) ZKUSÍME JACOBIHU ITERACI

POČATEČNÍ VEKTOR $\bar{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\bar{x}_{i+1} = \begin{pmatrix} \frac{7 - 2y_i + z_i}{3} \\ 5 - x_i - 2z_i \\ 9 - 2x_i - 4y_i \end{pmatrix} \quad \bar{x}_1 = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \bar{x}_2 = \begin{pmatrix} \frac{7 - 10 + 9}{3} \\ 5 - \frac{7}{3} - 18 \\ 9 - \frac{14}{3} - 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -\frac{46}{3} \\ -\frac{47}{3} \end{pmatrix}$$

TO NEVYPADÁ NA KONVERGENCI k $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) ZKUSÍME GAUSS-SIEDELOVU ITERACI

POČATEČNÍ VEKTOR $\bar{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$x_1 = \frac{7 - 2y_0 + z_0}{3}$$

$$y_1 = 5 - x_1 - 2z_0$$

$$z_1 = 9 - 2x_1 - 4y_1$$

$$\bar{x}_2 = \begin{pmatrix} \frac{21 - 16 - 19}{9} \\ \frac{45 + 14 + 3 \cdot 38}{9} \\ \frac{81 + 2 \cdot 14 - 4 \cdot 173}{9} \end{pmatrix}$$

$$\bar{x}_1 = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} \\ \frac{8}{3} \\ -\frac{19}{3} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{14}{9} \\ \frac{173}{9} \\ -\frac{538}{9} \end{pmatrix}$$

$$x_2 = \frac{7 - 2y_1 + z_1}{3}$$

$$y_2 = 5 - x_2 - 2z_1$$

$$z_2 = 9 - 2x_2 - 4y_2$$

TO TAKY NEVYPADÁ NA KONVERGENCI k $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. SOUSTAVA JAKO U 1. I 2., ŘEŠENÍ VÍZ 1.a)

a) PŘEROVNÁME ROVNICE V SOUSTAVĚ,
TAK ABY BYLA ŠANCE NA FUNKČNOST
ITERAČNÍCH METOD.

K TOMU JE POTŘEBA SOUSTAVA S
DOMINANTNÍ DIAGONÁLOU, Tedy:

$$3x + 2y - z = 7$$

$$2x + 4y + z = 9 \quad R_3$$

$$x + y + 2z = 5 \quad R_2$$

b) ZKUSÍME JACOBIHO ITERACI,

POČATEČNÍ VEKTOR $\bar{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$,

$$\bar{x}_{i+1} = \begin{pmatrix} \frac{7 - 2y_i + z_i}{3} \\ \frac{9 - 2x_i - z_i}{4} \\ \frac{5 - x_i - 2y_i}{2} \end{pmatrix}, \quad \bar{x}_1 = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} \\ \frac{9}{4} \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix}, \quad \bar{x}_2 = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} \\ \frac{25}{48} \\ \frac{5}{24} \end{pmatrix}, \quad \bar{x}_3 = \begin{pmatrix} \frac{37}{18} \\ \frac{247}{192} \\ \frac{45}{32} \end{pmatrix}$$

TO BY MOHLO KONVERGOVAT K $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

VÝPOČTY, PŘÍPADNĚ DALŠÍ ITERACE VÍZ DRNLOGRES.MX

c) ZKUSÍME GAUSS-SIEDELOVU ITERACI,

POČATEČNÍ VEKTOR $\bar{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

$$x_1 = \frac{7 - 2y_0 + z_0}{3}$$

$$y_1 = \frac{9 - 2x_1 - z_0}{4}$$

$$z_1 = \frac{5 - x_1 - y_1}{2}$$

$$\bar{x}_1 = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} \\ \frac{13}{12} \\ \frac{19}{24} \end{pmatrix}$$

$$x_2 = \frac{7 - 2y_1 + z_1}{3}$$

$$y_2 = \frac{9 - 2x_2 - z_1}{4}$$

$$z_2 = \frac{5 - x_2 - y_2}{2}$$

$$\bar{x}_2 = \begin{pmatrix} \frac{15}{8} \\ \frac{25}{24} \\ \frac{25}{24} \end{pmatrix}$$

TO BY MOHLO KONVERGOVAT K $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, DOKONCE

RYCHLEJI NEŽ JACOBIHO ITERACE.

ÚPOČTY, PŘÍPADNĚ DALŠÍ ITERACE VOPĚT VIŽ

DRNLOGRES.MW