ČASTÉ CHYBY V ÚKOLECH

- ÚPRAVY PO SEPARACI, NAPŘ. LOGARITMY.

  PLATÍ: $3\ln(x) = \ln(x^3)$

- CHOVÁNÍ V NEKONEČNU, NESTAČÍ NAPSAT ŽE LIMITA JE NEKONEČNO.

- V ODHADU MUSÍ BÝT NEURČITÉ KOEFICIENTY NAPŘ.: Ae^{2x}, $(Ax+B)e^{2x}$, $x(A\cos x + B\sin x)$, $(Ax^2+Cx+D)\cos 3x + (Ex^2+Fx+G)\sin 3x$, $xe^{-x}(A\cos x + B\sin x)$

  ALE **NE!**: $e^x - Ae^{2x}x$, $Ax+B+\sin 3x+\cos 3x$

- F.S. MUSÍ MÍT TOLIK PRVKŮ, KOLIK JE ŘÁD.

  NAPŘ.: $y''''' + 4y''' = 0$ $\quad \lambda^5+4\lambda^3=0$ $\quad \lambda^3(\lambda^2+4)=0$

  $\underbrace{\lambda_{1,2,3}=0}_{\text{3 NÁS. KOŘEN}}$, $\lambda_{4,5}=\pm 2j$, $FS=\{\underbrace{1, x, x^2}_{\text{3 PRVKY}}, \cos 2x, \sin 2x\}$

- U ŘEŠENÍ CAUCHYOVY ÚLOHY NESTAČÍ SPOČÍTAT KONSTANTY, JE POTŘEBA JE DOSADIT.

ÚKOL 7. TÝDEN

3. b) $y'' - 4y = -8x$

$\lambda^2 - 4 = 0$, $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -2$

$\tilde{y} = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$ — JIŽ TADY POZNÁM

$\hat{y} = Ax + B = 2x$

$\hat{y}' = A$, $\hat{y}'' = 0$

$0 - 4(Ax + B) = -8x$, $A = 2, B = 0$

OBECNĚ: $y = \hat{y} + \tilde{y} = 2x + C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}, x \in R$

CHOVÁNÍ V ∞: $y \sim C_1 e^{2x}$ PRO $x \to \infty$

BONUS: $x_0 = 1$ HLEDÁM $y(1), y'(1)$

TAK, ABY $y \sim 2x$ PRO $x \to \infty$

JE-LI $C_1 = C_2 = 0$ JE $y = 2x, x \in R$

$y = 2x$ $\quad x = x_0 = 1, y(1) = 2$ POČ.

$y' = 2$ $\quad y'(1) = 2$ PODM.

1. $y' - \frac{y}{x} = x^2$

H.R.: $y' - \frac{y}{x} = 0$ $\qquad C > 0$

SEPARACE: $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$, $\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{x}$, $\ln|y| = \ln|x| + \ln C$

$$\underline{\underline{\tilde{y} = kx}}, \quad k \in \mathbb{R}$$

VARIACE KONSTANTY: $\hat{y} = k(x)x \qquad \hat{y}' = k'(x)x + k(x)$

$$k'(x)x \boxed{+ k(x) - \frac{k(x)x}{x}} = x^2$$

TATO ČÁST VŽDY VYJDE 0, LZE VYNECHAT

$$k'(x) = x$$

$$k(x) = \frac{x^2}{2}$$

PŘIDÁM-LI KONSTANTU VYJDE ROVNOU y

$$\underline{\underline{\hat{y} = \frac{x^3}{2}}}$$

OBECNÉ ŘEŠ.: $\underline{\underline{y = \hat{y} + \tilde{y} = \frac{x^3}{2} + kx, \ x \neq 0, \ k \in \mathbb{R}}}$

---

2. $y' - \frac{2y}{x} = e^x x^3$

HR:

ZRYCHLENĚ: $\underline{\underline{\tilde{y} = kx^2}}, \ k \in \mathbb{R}$, F.S.: $\{x^2\}$

VARIACE K.: $\hat{y} = k(x)x^2$

$$k'(x)x^2 = e^x x^3$$

$$k'(x) = xe^x$$

$$k(x) = \int xe^x \, dx = \begin{vmatrix} u = x & v' = e^x \\ u' = 1 & v = e^x \end{vmatrix} = xe^x - e^x$$

$$\hat{y} = (xe^x - e^x) \cdot x^2 = \underline{\underline{e^x x^2 (x-1)}}$$

OBECNÉ ŘEŠ.: $\underline{\underline{y = \hat{y} + \tilde{y} = e^x x^2 (x-1) + kx^2, \ x \neq 0}}$

3. $y'' + 3y' = 5e^{x} + e^{-3x} + 8\sin 2x + 4x^2;\ y(0) = 1,\ y'(0) = 2$

H.R.: $y'' + 3y' = 0$, CH.R.: $\lambda^2 + 3\lambda = \lambda(\lambda+3) = 0$, $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -3$

$$\underline{\underline{\tilde{y} = C_1 + C_2 e^{-3x}}}$$

4 ODHADY PRO 4 ČÁSTI PRAVÉ STRANY

VZORCE

QUAZIPOLYNOM : $e^{ax}(P_k(x)\cos bx + Q_\ell(x)\sin bx)$

ODHAD : $x^s e^{ax}(R_m(x)\cos bx + S_m(x)\sin bx)$

s – násobnost $a+jb$ v CH.R. $m = \max(k,\ell)$

	$5e^{x}$	e^{-3x}	$8\sin 2x$	$4x^2$
$a+jb$	1	-3	$2j$	0
s	0	1	0	1
m	0	0	0	2
$\hat{y}_i$	Ae^{x}	Bxe^{-3x}	$C\cos 2x + D\sin 2x$	$x(Ex^2+Fx+G)$

$$\hat{y} = \hat{y}_1 + \hat{y}_2 + \hat{y}_3 + \hat{y}_4 = Ae^{x} + Bxe^{-3x} + C\cos 2x + D\sin 2x + x(Ex^2 + Fx + G)$$

$$\hat{y}' = Ae^{x} + Be^{-3x} - 3Bxe^{-3x} - 2C\sin 2x + 2D\cos 2x + 3Ex^2 + 2Fx + G$$

$$\hat{y}'' = Ae^{x} - 6Be^{-3x} + 9Bxe^{-3x} - 4C\cos 2x - 4D\sin 2x + 6Ex + 2F$$

DOSAZENÍ DO $y'' + 3y' = 5e^{x} + e^{-3x} + 8\sin 2x + 4x^2$

$$4Ae^{x} - 3Be^{-3x} - 4C\cos 2x - 6C\sin 2x - 4D\sin 2x + 6D\cos 2x + 6Ex + 2F + 9Ex^2 + 6Fx + 3G = 5e^{x} + e^{-3x} + 8\sin 2x + 4x^2$$

POROVNÁNÍ KOEFICIENTŮ U STEJNÝCH FUNKCÍ

e^{x}: $4A = 5$, $\boxed{A = \frac{5}{4}}$

e^{-3x}: $-3B = 1$, $\boxed{B = -\frac{1}{3}}$

$\cos 2x$: $-4C + 6D = 0$

$\sin 2x$: $-6C - 4D = 8$

$\boxed{C = -\frac{12}{13}}$ $\boxed{D = -\frac{8}{13}}$

x^2: $9E = 4$, $\boxed{E = \frac{4}{9}}$

x^1: $6E + 6F = 0$

x^0: $2F + 3G = 0$

$\boxed{F = -\frac{4}{9}}$ $\boxed{G = \frac{8}{27}}$

TAKŽE:

$$\hat{y} = \frac{5}{4}e^{x} + xe^{-3x} - \frac{12}{13}\cos 2x - \frac{8}{13}\sin 2x + x\left(\frac{4}{9}x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{8}{27}\right)$$

$y = \hat{y} + \tilde{y},\ x \in \mathbb{R}$ OBECNĚ

$$\hat{y}' = \frac{5}{4}e^{x} + e^{-3x} - 3xe^{-3x} + \frac{24}{13}\sin 2x - \frac{16}{13}\cos 2x + \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{9}x + \frac{8}{27} -$$

$$-3C_2e^{-3x}$$

$$1 = \frac{5}{4} - \frac{12}{13} + C_1 + C_2$$

$$2 = \frac{5}{4} + 1 - \frac{16}{13} + \frac{8}{27} - 3C_2$$

VYPOČTU C_1, C_2

: MOC PRÁCE, POUŽIJU MAPLE VIZ PŘÍKLAD3.MW

$y_P = \hat{y} + \frac{109}{81} + \frac{2833}{4212}e^{-3x},\ x \in \mathbb{R}$ PARTIKULÁRNĚ