

# Neřešené úlohy DRN

Karel Pospíšil

## 1 Separovatelné diferenciální rovnice

Najděte obecné řešení

$$1.1 \quad y' = \sqrt{1 - y^2}$$
$$[y = \sin(x + C)]$$

$$1.2 \quad y' = x\sqrt{y^2 - 1}$$
$$[\cosh(\frac{1}{2}x^2 + C)]$$

$$1.3 \quad y' = y^2$$
$$[y = -\frac{1}{x+C}, y = 0]$$

$$1.4 \quad y' = y^2 \cos x$$
$$[y = -\frac{1}{\sin x + C}, y = 0]$$

Najděte partikulární řešení, vyhovující počáteční podmínce

$$1.5 \quad yy' - x = 0, y(0) = 1$$
$$[y = \sqrt{1 + x^2}]$$

$$1.6 \quad y' = \sqrt{1 + y^2}, y(0) = 0$$
$$[y = \sinh x]$$

$$1.7 \quad y' = \frac{y^2}{x^2}, y(1) = 1$$
$$[y = x]$$

## 2 Lineární diferenciální rovnice řešitelné odhadem

Najděte obecné řešení

$$2.1 \quad y'' - 4y' + 3y = 3x^2 - 8x$$

$$[y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} + x^2 - \frac{2}{3}]$$

$$2.2 \quad y'' - 4y' + 3y = 2xe^x$$

$$[y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} - \frac{1}{2}e^x(x^2 + x)]$$

$$2.3 \quad y'' - 4y' + 4y = 8\cos 2x$$

$$[y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} - \sin 2x]$$

$$2.4 \quad y'' - 4y' + 4y = 4x + 2e^x$$

$$[y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} + 1 + x + 2e^x]$$

$$2.5 \quad y'' - 4y' + 4y = 8\cosh 2x$$

$$[y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x} + 2x^2 e^{2x} + \frac{1}{4}e^{-2x}]$$

$$2.6 \quad y'' + 9y = 6\sin 3x + 3\cos 3x$$

$$[y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + \frac{1}{2}x(\sin 3x - 2\cos 3x)]$$

$$2.7 \quad y'' + 9y = \frac{85}{3}e^{-x} \cos x$$

$$[y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + e^{-x}(3\cos x - \frac{2}{3}\sin x)]$$

Najděte partikulární řešení, vyhovující počátečním podmínkám

$$2.8 \quad 2y'' + 4y' = 3x - 1 + e^{-x}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0$$

$$[y = \frac{1}{16}e^{-2x} - \frac{1}{2}e^x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{5}{8}x + \frac{55}{16}]$$

$$2.9 \quad y'' + 9y = 5\cos 3x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1$$

$$[y = 2\cos 3x - \frac{1}{3}\sin 3x + \frac{5}{6}x\sin 3x]$$

$$2.10 \quad y'' + y' = 2x - 3, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

$$[y = 6(1 - e^{-x}) + x^2 - 5x]$$