Matematická analýza 1, 1.paralelka - obory EEM, EK, čtvrté cvičení

Karel Pospíšil

1 Tečny a normály.

1.1 Najděte rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = x^2 - 3$ rovnoběžné s přímkou $x + y - 1 = 0$.

1.2 Najděte rovnici tečny ke grafu funkce $f(x) = \frac{1}{(x-2)} + 1$ procházející bodem $(0, 2)$.

2 l'Hospitalovo pravidlo.

2.1 Najděte limitu funkce.

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{e^{2x}+13\ln(x)}{3x+1} \quad [\infty]$

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(\cos(x))}{x^2} \quad [-\frac{1}{2}]$

$\lim\limits_{x\to 1^+} \frac{\sin(\pi x)}{\ln^2(x)} \quad [-\infty]$

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}} \quad [1]$

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \quad [1]$

$\lim\limits_{x\to\infty} \Big(\sqrt{x}\big(2\,\mathrm{arctg}(x) - \pi\big)\Big) \quad [0]$

$\lim\limits_{x\to\infty} \big(1 - \frac{2}{x}\big)^x \quad [e^{-2}]$

$\lim\limits_{x\to\infty} (e^{2x} - x^2) \quad [\infty]$

$\lim\limits_{x\to 0} (\frac{1}{x} - \frac{1}{sinx}) \quad [0]$

$\lim\limits_{x\to 0} (\frac{2}{x} - \frac{1}{sinx}) \quad$ [Neexistuje, zprava ∞, zleva $-\infty$]

3 Zkoumání asymptot.

3.1 Najděte definiční obor funkce a limity v krajních bodech jeho intervalů. Načrtněte asymptoty.

$f(x) = \sqrt[x-3]{4 - 2x} \quad [(-\infty, 2), \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1, \lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \infty]$

$f(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^x$ $[(-\infty,-1) \cup (1,\infty),$ sudá funkce, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = e^{-2}$, $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = e^{-2}]$

4 Taylorův polynom

4.1 Spočtěte Taylorův polynom třetího stupně pro funkci $f(x) = \operatorname{tg} x$ se středem $a = 0$. $[x + \frac{x^3}{3}]$

4.2 Najděte postup na přibližné stanovení hodnoty $e^{0.1}$ pomoci Taylorova polynomu.

4.3 Najděte postup na přibližné stanovení hodnoty $\ln(1.1)$ pomoci Taylorova polynomu.