

DOPORUČENÉ ÚLOHY, CVIČENÍ 8-9

1. Řešte následující soustavy lineárních rovnic.

$$(a) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & -4 \\ -1 & 8 & 7 & -2 \end{array} \right)$$

$$(b) \left(\begin{array}{cccc|c} -3 & 1 & -4 & -2 & -8 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 10 \\ 2 & -3 & 0 & -2 & -9 \\ 0 & -1 & -2 & -4 & -7 \end{array} \right)$$

$$(c) \left(\begin{array}{cccc|c} -2 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 2 & 8 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 5 & 0 \end{array} \right)$$

2. Řešte následující maticové rovnice.

$$(a) A \cdot X = B, A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(b) X \cdot A = B, A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(c) A \cdot X = B, A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(d) A \cdot (X + B) = B, A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Nalezněte nějakou soustavu rovnic, jejímž řešením je zadaná množina.

$$(a) \operatorname{span} \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

$$(b) \left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \right\}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + \operatorname{span} \left(\begin{pmatrix} -1 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix} \right)$$

$$(d) \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \operatorname{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right)$$

4. Rozhodněte o platnosti výroků.

- (a) Žádná soustava dvou lineárních rovnic o třech neznámých nemá právě jedno řešení.
- (b) Je-li M neprázdná množina všech řešení nějaké soustavy lineárních rovnic $(A|b)$ nad $\mathbb{R}$ o n neznámých, potom existuje vektor $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ takový, že množina $\{\vec{y} - \vec{x} : \vec{y} \in M\}$ tvoří lineární podprostor prostoru $\mathbb{R}^n$.
- (c) Je-li A libovolná matice 2×2 nad $\mathbb{R}$, potom maticová rovnice $A \cdot X = X$ má nekonečně mnoho řešení.