Maticový počet, cvičení 6

1. Nalezněte Schurův rozklad matice A, kde

$$(a)A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (b)A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \quad (c)A = \begin{pmatrix} 13 & -9 \\ 16 & -11 \end{pmatrix} \quad (d)A = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Nalezněte unitární diagonalizaci následujících matic.

$$(a)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (b)\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. Rozhodněte, zda je matice $\begin{pmatrix} 5+i & -2i \\ 2 & 4+2i \end{pmatrix}$ unitárně diagonalizovatlná.

4. Nalezněte spektrální rozklad následujících matic:

$$(a)A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad (b)A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad (c)A = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(d)A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (e)A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (f)A = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 2 \\ 6 & -4 & 4 \\ 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Pomocí spektrálního rozkladu matice $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ z předchozího příkladu nalezněte vzorec pro A^n, $n \in \mathbb{N}$ (matici není třeba diagonalizovat).

6. Dokažte, že pokud G_i je spektrální projekce matice A příslušná vlastní hodnotě λ_i, potom $A \cdot G_i = G_i \cdot A = \lambda_i \cdot G_i$.