Požadavky k ústní části zkoušky

1 Seznam tvrzení s důkazy

Seznam tvrzení, které se budou zkoušet i s důkazem (některá tvrzení nebyla formálně prezentována stylem věta/důkaz, ale bylo předvedeno nějaké jejich odvození). Důkazy není nutné znát do nejmenších detailů, důležité je rozumět hlavním myšlenkám důkazu. V důkazech se často používají nějaká jiná tvrzení-u těch není nutné znát jejich důkaz.

(1) Číslo podmíněnosti a odhad stability soustavy rovnic (Příklad 2.19)

(2) QR-rozklad (Věta 3.15)

(3) Householderova redukce (Věta 5.12)

(4) Schurův rozklad (Věta 7.2)

(5) Aproximace diagonalizovatelnou maticí (Důsledek 7.4)

(6) Charakterizace unitární diagonalizovatelnosti (Věta 7.8)

(7) Spektrální rozklad diagonalizovatelných matic (Věta 8.1)

(8) Singulární rozklad (Věta 10.3)

(9) Singulární čísla a spektrální norma (Tvrzení 10.4)

(10) Aproximace maticí nižší hodnosti (Věta 10.5)

(11) Vztah Jordanova řetězce a Jordanovy buňky (Tvrzení 11.12)

(12) Definice funkce diagonalizovatelné matice pomocí spektrálních projekcí (Věta 12.3)

(13) Věta o tvaru řešení homogenní soustavy diferenciálních rovnic (Věta 13.2)

2 Seznam tvrzení bez důkazů

Seznam tvrzení, kterým je třeba rozumět, a umět je zformulovat, ale pro které není nutné znát důkaz.

(1) Ekvivalence norem na prostoru konečné dimenze (Věta 2.10)

(2) Pythagorova věta a rovnoběžníkové pravidlo (Tvrzení 3.9)

(3) Gram-Schmidt (Věta 3.13)

(4) Aplikace QR-rozkladu na metodu nejmenších čtverců (Příklad 3.16)

(5) Charakterizace projekce (Věta 4.4)

(6) Charakterizace unitárních matic (Tvrzení 5.2)

(7) Vlastnosti Householderových reflexí (Tvrzení 5.9)

(8) Existence unitární matice převádějící jeden vektor na druhý (Tvrzení 5.10)

(9) O násobnostech vlastních čísel (Věta 6.7)

(10) Charakterizace diagonalizovatelnosti (Věta 6.10)

(11) Geršgorinova věta (Věta 6.13)

(12) Tvar spektrálních projekcí (Věta 8.2)

(13) Věta o tvaru charakteristického polynomu (Věta 9.2)

(14) Spektrum různých tříd matic (Tvrzení 9.6)

(15) Charakterizace pozitivní definitnosti (Věta 9.9)

(16) Charakterizace pozitivní semidefinitnosti (Věta 9.10)

(17) Vlastnosti pseudoinverze (Věta 10.8)

(18) Mocnina Jordanovy buňky (Tvrzení 11.8)

(19) Vztah Jordanových řetězců a Jordanovy báze (Tvrzení 11.13)

(20) Spektrum nilpotentní matice (Věta 11.18)

(21) O zobecněném jádru a zobecněném obrazu (Tvrzení 11.27)

(22) O spektrálních projekcích obecné matice (Věta 11.30)

(23) Spektrální rozklad funkce matice (Věta 12.8)

(24) O vlastnostech maticové exponenciely (Tvrzení 13.1)

(25) Věta o tvaru řešení obecné soustavy diferenciálních rovnic (Věta 13.4)

3 Seznam definic

Seznam definic, které je třeba znát (kromě základních definic z úvodního kurzu lineární algebry, u kterých se automaticky předpokládá, že je znáte).

(1) Matice transponovaná, Hermitovsky sdružená, symetrická, antisymetrická, hermitovská, antihermitovská (Definice 1.5)

(2) Norma (Definice 2.1), základní normy na $\mathbb{F}^n$ (Příklad 2.2), konvergence vůči normě (Definice 2.5), ekvivalentní normy (Definice 2.6), maticová norma (Definice 2.11), Frobeniova a spektrální norma (Příklad 2.13), číslo podmíněnosti matice (Definice 2.15), stopa (Definice 2.17)

(3) Skalární součin (Definice 3.1), pozitivně definitní matice (Definice 3.4), kolmost, ortogonální a ortonormální množina (Definice 3.8),

(4) Komplementární prostory, projekce a komplementární projekce (Definice 4.1), ortogonální doplněk (Definice 4.5), ortogonální projekce (Definice 4.7)

(5) Unitární a ortogonální matice (Definice 5.1), isometrie (Poznámka 5.4), elementární Householderova reflexe (Definice 5.7), involuce (Definice 5.8)

(6) Vlastní čísla, vektory, a podprostory, spektrum, charakteristický polynom (Definice 6.1), algebraická a geometrická násobnost vlastního čísla (Definice 6.3), podobnost a diagonalizovatelnost matic (Definice 6.4), Geršgorinovy kruhy (Definice 6.12)

(7) Unitární podobnost a unitární diagonalizovatelnost (Definice 7.1), normální matice (Definice 7.5),

(8) Spektrální projekce diagonalizovatelné matice (Věta 8.1)

(9) Hlavní minor a vedoucí hlavní minor (Definice 9.1), pozitivně semidefinitní matice (Definice 9.4)

(10) Pseudoinverze (Definice 10.7), relativní změna matice (Definice 10.10)

(11) Jordanova buňka (Definice 11.1), Jordanův kanonický tvar (Definice 11.3), Jordanova báze (Definice 11.10), Jordanův řetězec, zobecněné vlastní vektory (Definice 11.11), nilpotentní matice a index nilpotence (Definice 11.15), index matice (Tvrzení 11.23), zobecněné jádro a zobecněný obraz, invariantní podprostory (Definice 11.26), index vlastního čísla (Definice 11.29)

(12) Definice maticové funkce pro diagonalizovatelnou matici (Definice 12.1), Lagrangeův interpolační polynom (Věta 12.5), funkce Jordanovy buňky (Definice 12.6), definice funkce obecné matice (Definice 12.7), komponentní matice (Věta 12.8), zobecněná Vandermondeova soustava a Hermiteův interpolační polynom (konec kapitoly 12)

(13) Funkce $t \mapsto e^{t \cdot A}$ (kapitola 13), stabilita/semistabilita/nestabilita řešení soustavy diferenciálních rovnic (Definice 13.3)