

UKÁZKA TEORETICKÝCH PŘÍKLADŮ PRO PRVNÍ ZÁPOČTOVÝ TEST

1. Rozhodněte, zda množina

$$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : y^2 = x^2 \right\}$$

tvoří lineární podprostor prostoru $\mathbb{R}^2$.

2. Rozhodněte, zda lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^{\leq 2}[x] \rightarrow \mathbb{R}^{\leq 2}[x]$, $f(ax^2 + bx + c) = cx^2 + bx + a$, je isomorfismus.

3. Je dáno zobrazení $f : \text{Lin}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2) \rightarrow \text{Lin}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$, $f(X) = X^2$. Dále, jsou dány matice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Spočítejte $f(A)$, $f(B)$ a $f(C)$.
 - (b) Rozhodněte, zda zobrazení f je lineární.
4. Rozhodněte, zda lineární zobrazení $f : \text{Lin}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2) \rightarrow \text{Lin}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$, $f(X) = X \cdot A$, je monomorfismus, pokud $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

5. Dokažte, že zobrazení $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $g\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x - y \\ y + 2z \end{pmatrix}$ je lineární, a určete $\text{Im}(g)$.

6. Rozhodněte, zda množina

$$\{ax^2 + bx + c \in \mathbb{R}^{\leq 2}[x] : a^2 + c = 1\}$$

tvoří lineární podprostor prostoru $\mathbb{R}^{\leq 2}[x]$.