

DOPORUČENÉ ÚLOHY, CVIČENÍ 4

1. Nalezněte souřadnice daného vektoru vůči dané uspořádané bázi:

(a) vektoru $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ vůči bázi $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ v $\mathbb{R}^3$ nad $\mathbb{R}$,

(b) vektoru 1 vůči bázi $(x^2 + 2, x - 2, x^2 + 2x)$ v $\mathbb{R}^{\leq 2}[x]$ nad $\mathbb{R}$,

(c) vektoru $\frac{1-2i}{3+i}$ vůči bázi $(1, i)$ v $\mathbb{C}$ nad $\mathbb{R}$.

*2. Je dán lineární prostor L nad $\mathbb{R}$ a jeho uspořádaná báze $B = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3)$.

(a) Ukažte, že seznam $C = (\frac{1}{2}\vec{v}_1, 2\vec{v}_2 + \vec{v}_3, \vec{v}_2 - \vec{v}_3)$ je uspořádaná báze prostoru L .

(b) Nalezněte souřadnice vektoru $\vec{u}$ vůči bázi C , pokud víte, že jeho souřadnice vůči bázi B jsou

$$[\vec{u}]_B = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$

3. Rozhodněte, zda následující zobrazení je lineární.

(a) $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto x + y + z.$

(b) $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \sin(y) \\ \sin(x) \end{pmatrix}.$

(c) $A : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \sqrt{x^2} \\ \sqrt{y^2} \end{pmatrix}.$

(d) $A : \mathbb{R}^{\leq 3}[x] \rightarrow \mathbb{R}^2, a + bx + cx^2 + dx^3 \mapsto \begin{pmatrix} d - c \\ b + a \end{pmatrix}.$

*(e) $A : \mathbb{R}[x] \rightarrow \mathbb{R}, p \mapsto \int_0^1 p(x)dx.$

4. Nalezněte matici projekce na přímku $\text{span}(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix})$ v $\mathbb{R}^2$.