Vzor 1. zápočtového testu.

1. [5 bodů] Z množiny $\{1, 2, \ldots, 15\}$ vybíráme 3-prvkové podmnožiny tak, aby součet jejích prvků byl sudý. Kolika způsoby to lze provést?

2. [5 bodů] Kolika způsoby lze rozvrhnout n různých schůzek do sedmi dnů, když pořadí schůzek ve stejném dnu nebereme v úvahu?

3. [5 bodů] Rozhodněte, zda funkce $f(x) = \dfrac{x-2}{x+3}$ je bijekce množiny $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ na $\mathbb{R}$.

4. [5 bodů] Pro každé $n \in \mathbb{N}$ položíme $A_n = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |y| < nx\}$. Zjistěte, co jsou množiny $M_1 = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ a $M_2 = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$.

Řešení.

1. V trojici musí být buď tři sudá čísla nebo jedno sudé a dvě lichá. Trojic prvního typu je $\binom{7}{3}$ a druhého typu $7\binom{8}{2}$. $N = \binom{7}{3} + 7\binom{8}{2}$.

2. Označíme x_i počet schůzek v i-tém dni. Pak $x_1 + \cdots + x_7 = n$. Počet nezáporných celočíselných řešení je $N = \binom{n+6}{6}$.

3. Funkce f je prostá, ale není na $\mathbb{R}$, neboť nenabývá hodnoty 1 pro žádné x z definičního oboru. Proto f není bijekce.

4. $M_1 = A_1$ a $M_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0\}$.