Matematická analýza 2

Natalie Žukovec

13. cvičení 2021

Pomocí Gaussovy věty vypočítejte $\iint_{(M)} xzdydz + xydzdx + yzdxdy$, kde M je povrch jehlanu omezeného rovinami $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$. Orientace je dána vnějším normálovým polem.

$\vec{F} = (xz, xy, yz)$, $\iint_{(M)} \vec{F}\, d\vec{S} = \iiint_{jehlan} div\vec{F} = \frac{1}{8}$

Pomocí Gaussovy věty vypočítejte $\iint_{(T)} xzdydz + xydzdx + yzdxdy$, kde T je trojúhelník $x + y + z = 1$, $x, y, z \geq 0$. Orientace je směrem vzhůru.

Pomocí Greenovy věty vypočtěte $\int_{(C)} y^2 dx + x dy$, kde C je kladně orientovaná hranice čtverce $\langle -1, 1\rangle^2$.

Nalezněte obsah oblasti omezené elipsou s poloosami a, b.

- $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, pak $y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$.

- Dvojný integrál (substituce)

- Plošný integrál (parametrizace)

- Vhodnou volbou pole $\vec{F}$ zjistěte obsah množiny ohraničené kladně orientovanou křivkou s parametrizací $\varphi(t) = (a\cos t; b\sin t)$, $t \in \langle 0; 2\pi \rangle$.

Vypočtěte $\iint_{(M)} rot\vec{F}\, d\vec{S}$, kde $\vec{F}(x, y, z) = (y, z, x)$, a M je část paraboloidu $z = 1 - x^2 - y^2$, $z \geq 0$. Normálové pole určující orientaci má nezápornou z-tovou složku.

Pomocí Stokesovy věty vypočtěte křivkový integrál vektorového pole $\vec{F} = (xz, 2xy, 3xy)$ podel křivky C, která je obvodem trojúhelníka s vrcholy $(1, 0, 0)$, $(0, 3, 0)$, $(0, 0, 3)$. Orientace je určena uvedeným pořadím vrcholů.

Určete potenciály následujících vektorových polí v uvedených oblastech (existují-li)

1) $\vec{F}(x, y, z) = (x^2, y^2, zx)$ v $\mathbb{R}^3$;

2) $\vec{F}(x, y, z) = (-y^2 - 2xz, 2yz - 2xy, y^2 - x^2)$ v $\mathbb{R}^3$;

3) $\vec{F}(x, y) = (y^2 \cos x, 2y \sin x)$ v $\mathbb{R}^2$.

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

e^{5x}, $x_0 = 0$

e^x, $x_0 = 2$

e^{3x}, $x_0 = -1$

5^x, $x_0 = 0$

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n, \; |x| < 1$$

$\frac{1}{2-x}$, $x_0 = 0$

$\frac{1}{2-x}$, $x_0 = -3$