Matematická analýza 2

Natalie Žukovec

14. cvičení 2021

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!},\ x \in \mathbb{R}$$

e^{5x}, $x_0 = 0$

e^x, $x_0 = 2$

5^x, $x_0 = 0$

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n, \ |x| < 1$$

$$\frac{1}{2-x}, x_0 = 0$$

$$\frac{1}{2-x}, x_0 = -3$$

Nalezěte Taylorův rozvoj funkce $f(x) = \dfrac{1 - 3x}{3 + 2x - x^2}$ v bodě $x_0 = 0$.

Vyšetřete, pro která $x \in \mathbb{R}$ konverguje řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{2}{n}) x^n,$$

a pomocí derivování nebo integrace nalezněte její součet.

Určete poloměr konvergence a sečtěte mocninnou řadu na vnitřku oboru konvergence

$$\sum_{n=0}^{\infty}(n+(-2)^n)x^n$$

Nechť f je T-periodická funkce a existuje $\int_0^T |f(x)|\,dx$.
Její Fourierovou řadu definujeme jako

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos \frac{2\pi n}{T} x + b_n \sin \frac{2\pi n}{T} x],$$

kde

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(x)\,dx,$$
$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \cos \frac{2\pi n}{T} x\,dx,$$
$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \sin \frac{2\pi n}{T} x\,dx.$$

Najděte Fourierův rozvoj 2π-periodického rozšíření funkce s daným předpisem na intervalu $\langle -\pi, \pi)$ a vyšetřete konvergenci

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \langle -\pi, 0) \\ x, & x \in \langle 0, \pi) \end{cases}$$

Nalezněte Fourierovou řadu pro periodické rozšíření funkce $f(x) = \sin x$, $x \in \langle 0, \pi)$ a určete její součet.

Najděte Fourierův rozvoj 2π-periodického rozšíření funkce a vyšetřete konvergenci: $f(x) = x^2$ na intervalu $\langle -\pi, \pi)$