

Matematická analýza 2

Natalie Žukovec

2. cvičení 2021

Okolí bodu $x \in \mathbb{R}^n$ $U_\varepsilon(x) = \{y \in \mathbb{R}^n : \|x - y\| < \varepsilon\}$

Prstencové okolí x $P_\varepsilon(x) = \{y \in \mathbb{R}^n : 0 < \|x - y\| < \varepsilon\}$

$x \in \mathbb{R}^n, M \subseteq \mathbb{R}^n$

vnitřní bod $\exists U(x), U(x) \subset M$

vnější bod $\exists U(x), U(x) \cap M = \emptyset$

hraniční bod $\forall U(x), U(x) \cap M \neq \emptyset, U(x) \cap (\mathbb{R}^n \setminus M) \neq \emptyset$

izolovaný bod $\exists U(x), U(x) \cap M = \{x\}$

hromadný bod $\forall P(x), P(x) \cap M \neq \emptyset$

Určete vnitřek M° , hranici ∂M a uzávěr \overline{M}

$$M = \{(x, y) : (x - 4)^2 + (y + 2)^2 \leq 25, x - 2y - 3 < 0\} \cup \{(4, -2)\}.$$

Určete vnitřek M^o , hranici ∂M a uzávěr \overline{M} množiny $M = \mathbb{Q}^2$, kde \mathbb{Q} je množina všech racionálních čísel.

Určete izolované a hromadné body množiny $M = \{(\frac{1}{n}, \frac{1}{m}) : n, m \in \mathbf{N}\}$.

Zjistěte, zda existují následující limity a pokud ano, určete jejich hodnotu

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x+y}{x-y}$$

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$$

Spočtěte parciální derivace a obory jejich existence

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y}$$

Spočtěte parciální derivace funkce

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

1. Je funkce f v bodě $(0, 0)$ spojitá?
2. Jsou funkce $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$ a $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ v bodě $(0, 0)$ spojité?
3. Najděte všechny směrové derivace v bodě $(0, 0)$.
4. Je funkce f v bodě $(0, 0)$ diferencovatelná?