

# Matematická analýza 2

Natalie Žukovec

3. cvičení 2021

Spočtěte parciální derivace funkce

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

1. Je funkce  $f$  v bodě  $(0, 0)$  spojitá?
2. Jsou funkce  $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$  a  $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$  v bodě  $(0, 0)$  spojité?
3. Najděte všechny směrové derivace v bodě  $(0, 0)$ .
4. Je funkce  $f$  v bodě  $(0, 0)$  diferencovatelná?

Spočtěte parciální derivace funkce  $f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^4)$ .

Pro funkci  $f$  a vektory  $u_1 = (1, -2, 1)$ ,  $u_2 = (0, 1, 1)$ ,  $u_3 = (1, 0, 0)$  vypočtěte derivace

$$\frac{\partial f}{\partial u_1}(x, y, z)$$

$$\frac{\partial f}{\partial u_2}(x, y, z)$$

$$\frac{\partial f}{\partial u_3}(1, 1, 1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial (u_1 + u_2)}(1, -1, 0)$$

Určete derivaci funkce  $f(x, y) = e^x \cos y + 2y$   
v bodě  $a = (0, 0)$  podle vektoru  $v = (-1, 2)$ .

Určete všechny směry  $u$ , ve kterých je růst funkce  $f(x, y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$  v bodě  $(1, 1)$  největší, nejmenší, nulový.

Spočtete velikost změny funkce ve směrech největšího a nejmenšího růstu.

Nalezněte první diferenciál  $df(a)$ , gradient  $\text{grad } f(a)$ , rovnice tečné roviny a normály ke grafu funkce  $f(x, y) = \sqrt{x - \sqrt{y}}$  v bodech  $a = (2, 1)$  a  $b = (0, 9)$ .

Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce  $f(x, y) = xy$ , která je kolmá na přímkou  $p: \frac{x+2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{-1}$ .



Nalezněte úhel, který v bodě  $(1, 0, 0)$  svírají grafy funkcí

$$f(x, y) = \ln(\sqrt{x^2 + y^2}) \quad \text{a} \quad g(x, y) = \sin(xy).$$