

Teorie algoritmů

Natalie Žukovec

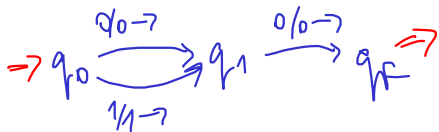
7. cvičení 2021

$$L(M) = \{00u, 10v, u, v \in \{0, 1\}^*\}$$

Je dán Turingův stroj $M = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{0, 1\}, \{0, 1, B\}, \delta, q_0, B, \{q_f\})$ tabulkou

	0	1	B
q_0	$(q_1, 0, R)$	$(q_1, 1, R)$	—
q_1	$(q_f, 0, R)$	—	—
q_f	—	—	—

1. Ukažte práci TM na vstupním slově $w = 1010$ a vstupním slově $u = 0$.
2. Určete jazyk $L(M)$, který TM přijímá. Zdůvodněte. Je pravda, že ho také rozhoduje?



$q_0 1010 \vdash 1q_1 010 \vdash 10q_f 10$
 úsp.

$q_0 0 \vdash 0q_1 B$ není úsp.

$q_0 a^2 b a a^n \vdash a q_1 a b a a^n \vdash a a b a a^n q_1 B \vdash$

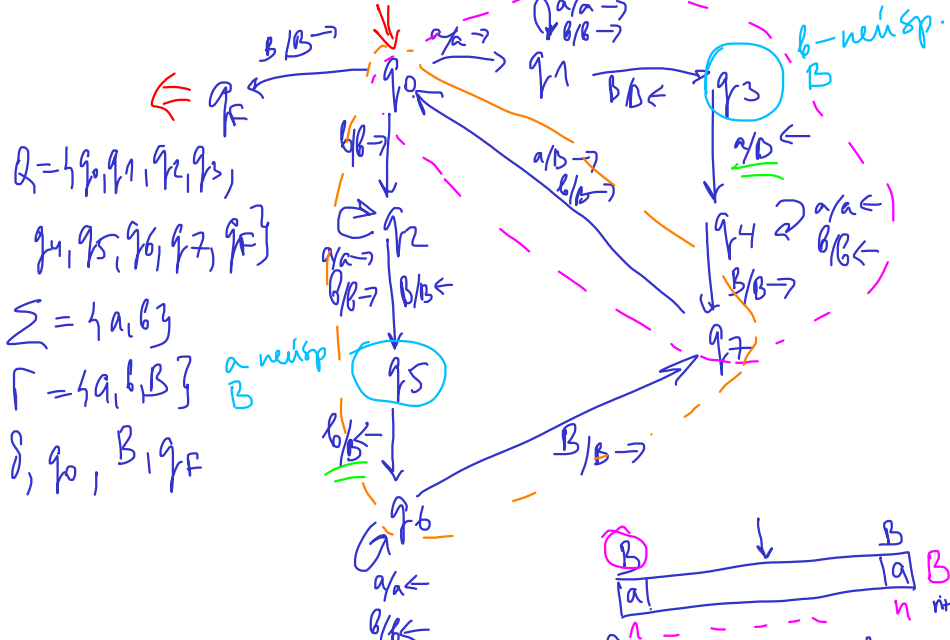
Navrhnete Turingův stroj s jednou páskou, který rozhoduje zadaný jazyk L , kde

$$L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\},$$

kde w^R znamená reverzi slova w ; tj. je-li $w = a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n$, pak $w^R = a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1$.

- Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj přijímá jazyk L .
- Předved'te výpočet (posloupnost situací) nad slovem $w = aabaaa$ a nad slovem $u = aabbaa$. $T(n) \in \mathcal{O}(n^2)$
- Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky n .

$$S(n) = n+1 \in \mathcal{O}(n)$$



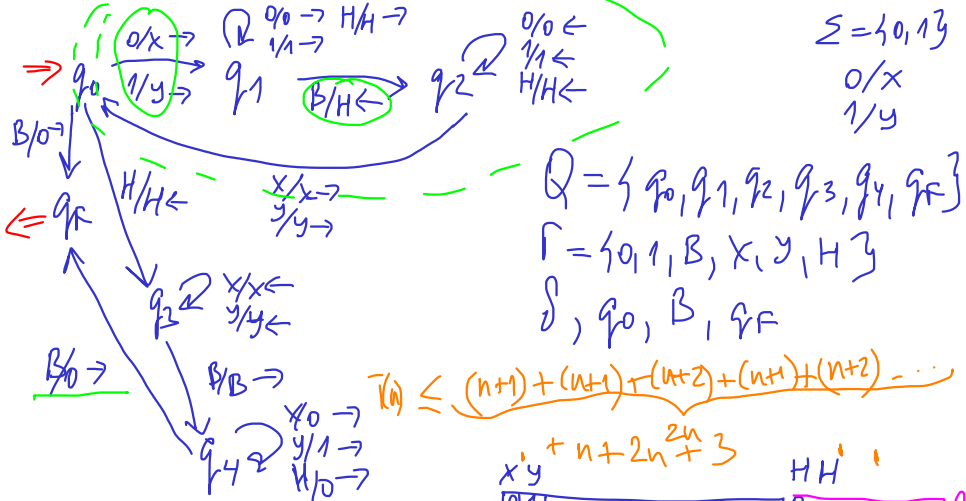
$$T(n): (n+1) + n + n + (n-1) + \dots + 1 \leq \frac{n+1}{2} \cdot 2 \in O(n^2)$$

Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, který realizuje funkci
 $f: \{0, 1\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$, kde

$f(w) = w0^{k+1}$, kde $k = |w|$.
 $w \in \Sigma^*$ $\left\{ \begin{array}{l} f(w) \text{ je def.} \\ f(w) \text{ není def.} \end{array} \right. \begin{array}{l} M \text{ zast. úsp. s výstupem } f(w) \\ M \text{ zast. není úsp.} \end{array}$

1. Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj realizuje funkci f .
2. Předved'te výpočet (posloupnost situací) nad slovem $w = 011$.
3. Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky n .

$$S(n) = 2n + 2 \in O(n)$$
$$T(n) \in O(n^2)$$



$q_0 011 \vdash x q_1 11 \vdash^* x11 q_1 B \vdash x1 q_2 1H \vdash^* q_2 x 11H \vdash$
 $x q_0 11H \vdash xy q_1 1H \vdash^* xy 1H q_1 B \vdash xy 1 q_2 HH \vdash x q_2 y 1HH$
 $\vdash^* xy y q_0 HHH \vdash xy q_3 y HHH \vdash q_3 B xy y HHH \vdash^* 0110000 q_F$

Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, která rozhoduje zadaný jazyk L , kde

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 1, i + j = k\}.$$

- Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj rozhoduje jazyk L .
- Předved'te výpočet (posloupnost situací) nad slovem $w = abccc$ a nad slovem $u = aabcc$.
- Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky n .

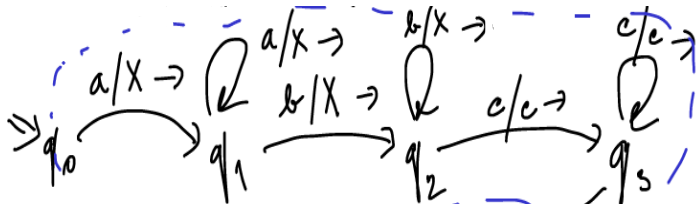
Řes. a)

$$\underbrace{a \dots a}_{i \times} \underbrace{b \dots b}_{j \times} \underbrace{c \dots c}_{(i+j) \times}$$

Z prvků této slovy musíme najít pouze a ,
ne c se musíme poprvé přes b (ovšem $i \geq 1, j \geq 1$)

Procházíme od prvku slova a nahrazujeme
 a i b symbolem X (po b musíme nastat
na a) tj. na píse $X^{i+j}c$.

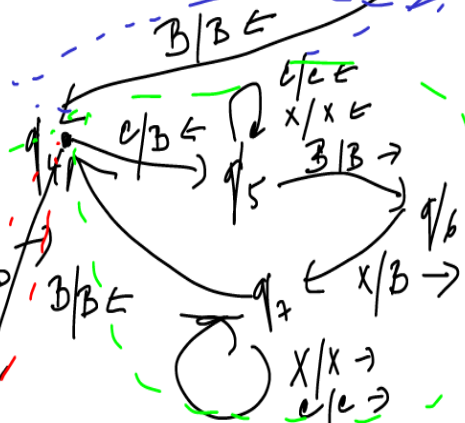
Nyní odstraňujeme první X a poslední c .
Musíme skončit s prázdnou píse.



zajisti
 mo a b i c
 q0 a b i c
 x i j k c q3 B

samo
 posledni
 simbol

~~xx...cd.c~~
 ne pisem
 nic malo



ahahah
 c z konca
 X re razob
 $x^{i+j} c^{e-1} d_4 c$
 $x^{i+j-1} c^{e-2} d_4 c$

$i + j = k$

b)

$$\begin{aligned}
 & q_0 a b c c \vdash X q_1 a b c c \vdash X X q_1 b c c \\
 & \vdash X X X q_2 c c \vdash X X X c q_3 c \vdash \\
 & X X X c c q_3 B \vdash X X X c q_4 c \vdash \\
 & X X X q_5 c \vdash X X q_5 X c \vdash X q_5 X X c \vdash q_5 X X X c \\
 & \vdash q_5 B X X X c \vdash q_6 X X X c \vdash q_7 X X c \\
 & \vdash X q_7 X c \vdash X X q_7 c \vdash X X c q_7 B \\
 & \vdash X X q_4 c \vdash X q_5 X \vdash q_5 X X \vdash q_5 B X X \\
 & \vdash q_6 X X \vdash q_7 X \vdash X q_7 B \vdash q_4 X
 \end{aligned}$$

multispiel σ q_4 minimales $cst X$

$\delta^1(q_4, X)$ nicht def.

$a^2 b c^2 \notin L \quad 2+1 \neq 2$

Navrhněte Turingův stroj s jednou páskou, která rozhoduje jazyk L , kde

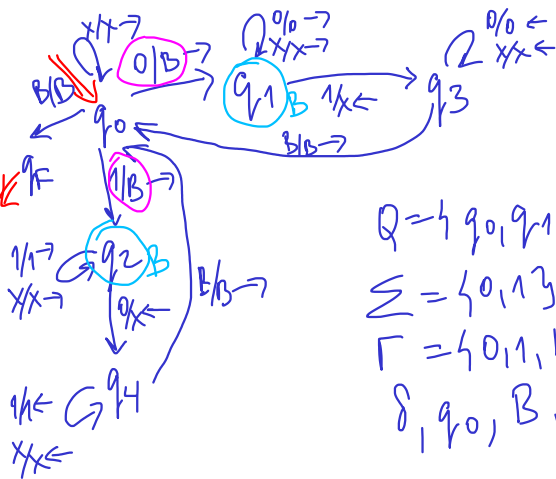
$$L = \{w \mid \underbrace{|w|_0} = \underbrace{|w|_1}\},$$

nad abecedou $\Sigma = \{0, 1\}$.

- Nejprve slovně popište, jak bude Turingův stroj pracovat, pak specifikujte části Turingova stroje (tj. množinu stavů, páskových symbolů atd.) a popište přechodovou funkci buď stavovým diagramem nebo tabulkou. Pečlivě zdůvodněte, proč navržený Turingův stroj rozhoduje jazyk L .
- Předved'te výpočet (posloupnost situací) nad slovem $w = 01010$ a nad slovem $u = 1100$.
- Asymptoticky odhadněte počet kroků zkonstruovaného Turingova stroje a určete počet použitých políček na vstupu délky n .

$$S(n) = n+2 \in O(n)$$

$$T(n) \leq \frac{n}{2} \cdot n \in O(n^2)$$

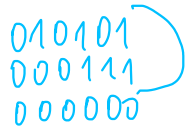


$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_F\}$$

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$\Gamma = \{0, 1, B, X\}$$

$$\delta, q_0, B, q_F$$



$q_0 010101 \vdash q_1 1010 \vdash q_3 B X 010 \vdash q_0 X 010 \vdash X q_0 010 \vdash$
 $\vdash X B q_1 10 \vdash X q_3 B X 0 \vdash X B q_0 X 0 \vdash X B X q_0 0 \vdash$
 $\vdash X B X B q_1 B$ nei' sp.

Zjistěte, co počítá (jaký přijímá jazyk nebo jakou realizuje funkci) Turingův stroj $M = (\{q_0, \dots, q_9, q_F\}, \{a, b\}, \Sigma \cup \{B, X\}, \delta, q_0, B, q_F)$, jehož přechodová funkce je popsána následující tabulkou. Abeceda je $\Sigma = \{a, b\}$, počátečním stavem je q_0 a koncovým q_F .

	a	b	B	X
q_0	(q_1, B, R)	---	---	---
q_1	(q_1, a, R)	(q_1, b, R)	(q_2, B, L)	(q_2, X, L)
q_2	(q_4, a, L)	(q_3, X, L)	---	---
q_3	(q_3, a, L)	(q_3, b, L)	(q_0, B, R)	---
q_4	(q_4, a, L)	---	(q_5, B, R)	---
q_5	(q_6, B, R)	---	(q_F, B, R)	---
q_6	(q_6, a, R)	---	(q_7, B, L)	(q_6, X, R)
q_7	---	---	---	(q_8, B, L)
q_8	(q_8, a, L)	---	(q_5, B, R)	(q_8, X, L)
q_F	---	---	---	---

$$L(M) = \text{DÚ}$$

Předved'te výpočet (posloupnost konfigurací) nad slovem $w = aaab$.
 Asymptoticky odhadněte počet kroků TM a určete počet použitých políček v závislosti na vstupu délky n .

